

Examen Wiskundige Technieken

1. Bewijs met behulp van vectoren dat elk punt van de bissectrice van twee snijdende rechten A en B op dezelfde afstand van deze beide rechten A en B ligt.
2. Beschouw het oppervlak met vergelijking $x^2 + y^2 = z$. (Dit is een voorbeeld van een paraboloid. Je kan dit oppervlak verkrijgen door de parabool $z = x^2$ in het xz -vlak te wentelen om de z -as).
Vind een punt op het oppervlak zodat het raakvlak (aan het oppervlak) in dat punt evenwijdig is met het vlak met vergelijking $x + y - z = 0$. Gebruik hiervoor normaalvectoren.
3. Beschouw twee scalaire functies $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ en $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$. Toon de volgende formule aan.

$$\vec{\nabla}^2(\phi\psi) = \phi\vec{\nabla}^2(\psi) + 2\vec{\nabla}\phi \cdot \vec{\nabla}\psi + \vec{\nabla}^2(\phi)\psi.$$

4. Integreer de volgende differentiaalvergelijkingen
 - a) $(1 - x^2) \sin y \, y' + x \cos y = 0$,
 - b) $y'' + y' - 2y = \cosh(x)$.

Veel succes !