Vrije Universiteit Brussel
Faculteit Toegepaste Wetenschappen
2de kandidatuur

Academiejaar 2003-2004
tweede zittijd
31 augustus 2004

Complexe Analyse

1. Onderstel dat $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ analytisch is in $a \in \mathbb{C}$. Toon aan dat er een open schijf S met middelpunt a bestaat waarover f kan geschreven worden als een machtreeks:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-a)^n.$$

Geef twee formules voor de coëfficiënten a_n.

2. Leg uit hoe de residustelling kan gebruikt worden om integralen van het type

$$I = \int_0^{2\pi} r(\sin t, \cos t)\mathrm{d}t$$

te berekenen.

3. Gegeven is de Laplacegetransformeerde $F(p)$ van een functie $f(t)$. Stel de formule op die toelaat om de Laplacegetransformeerde van $f(t)/t$ te berekenen.

4. Gegeven is de functionaal

$$I = \int_a^b f(t, x, y, z, x', y', z')\mathrm{d}t.$$

Stel de vergelijkingen van Euler op, die een nodige voorwaarde levert opdat een kromme met parametervergelijkingen $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ extremaal wordt.

Tijd: 100 minuten; elke vraag wordt gekwoteerd op 10 punten.

Vrije Universiteit Brussel
Faculteit Wetenschappen
1ste licentie natuurkunde

Academiejaar 2003-2004
2de zittijd
31 augustus 2004

Complexe Analyse

1. Gegeven is een complexe functie $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$. Toon aan dat f afleidbaar is in $z_0 = x_0 + iy_0$ als en alleen als u en v differentieerbaar zijn in (x_0, y_0) en voldoen aan de voorwaarden van Cauchy-Riemann in het punt (x_0, y_0).

2. Onderstel dat $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ analytisch is in $a \in \mathbb{C}$. Toon aan dat er een open schijf S met middelpunt a bestaat waarover f kan geschreven worden als een machtreeks:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-a)^n.$$

Geef twee formules voor de coëfficiënten a_n.

3. Leg uit hoe de residustelling kan gebruikt worden om integralen van het type

$$I = \int_0^{2\pi} r(\sin t, \cos t)\mathrm{d}t$$

te berekenen.

75 minuten; elke vraag wordt gekwoteerd op 10 punten.