Vrije Universiteit Brussel
Faculteit Toegepaste Wetenschappen
2de kandidatuur

Academiejaar 2003-2004
1ste semester
17 januari 2004

Complexe Analyse

1. Gegeven is een complexe functie $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$. Toon aan dat f afleidbaar is in $z_0 = x_0 + iy_0$ als en alleen als u en v differentieerbaar zijn in (x_0, y_0) en voldoen aan de voorwaarden van Cauchy-Riemann in het punt (x_0, y_0).

2. Formuleer en bewijs de integraalformule van Cauchy.

3. Onderstel dat $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ van exponentiële orde α is. Toon aan dat de Laplacegetransformeerde $F(p)$ bestaat en analytisch is over $\mathrm{Re}(p) > \alpha$.

4. Definieer de convolutie van twee functies $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bereken de Laplacegetransformeerde van de convolutie. Gebruik de verkregen formule om een verband te leggen tussen de Beta en Gamma functie.

Tijd: 100 minuten; elke vraag wordt gekwoteerd op 10 punten.

Vrije Universiteit Brussel
Faculteit Wetenschappen
1ste licentie natuurkunde

Academiejaar 2003-2004
1ste semester
17 januari 2004

Complexe Analyse

1. Gegeven is een complexe functie $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$. Toon aan dat f afleidbaar is in $z_0 = x_0 + iy_0$ als en alleen als u en v differentieerbaar zijn in (x_0, y_0) en voldoen aan de voorwaarden van Cauchy-Riemann in het punt (x_0, y_0).

2. Formuleer en bewijs de integraalformule van Cauchy.

3. Bespreek hoe de residustelling kan aangewend worden om integralen van het type

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x)}{q(x)} \mathrm{d}x$$

te berekenen. Hierbij zijn p en q veeltermen, met de graad van q minstens twee eenheden groter dan die van p.

75 minuten; elke vraag wordt gekwoteerd op 10 punten.