

Aanvullingen van de Wiskunde

1. Gegeven is een lineaire partiële differentiaalvergelijking van orde 1:

$$a_1(x_1, \dots, x_n, y) \frac{\partial y}{\partial x_1} + \dots + a_n(x_1, \dots, x_n, y) \frac{\partial y}{\partial x_n} = b(x_1, \dots, x_n, y).$$

Laat zien dat men deze tot een homogene lineaire pdv kan herleiden.

2. Gegeven zijn twee normen $\|\bullet\|_1$ en $\|\bullet\|_2$ op een vectorruimte V . Wanneer zegt men dat de $\|\bullet\|_1$ fijner is dan $\|\bullet\|_2$? Wat is dan het verband tussen convergentie in $\|\bullet\|_1$ -norm en in $\|\bullet\|_2$ -norm?
3. Geef de definitie van een kwadratisch sommeerbare rij. Gegeven zijn twee kwadratisch sommeerbare rijen a en b . Toon aan dat de reeks

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$$

absoluut convergent is. Toon dan aan dat de som $a + b$ kwadratisch sommeerbaar is.

4. Onderstel dat f een periodieke continue functie is met periode 2π . Toon aan dat, als f stuksgewijs continu is, dat dan de Fourierreeks van f uniform convergeert naar f .



Oefeningen Aanvullingen van de Wiskunde

1. Bepaal van de partiële differentiaalvergelijking:

$$(3y - 2z)p + (z - 3x)q = 2x - y,$$

met $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ en $q = \frac{\partial z}{\partial y}$, het integraaloppervlak dat gaat door de kromme k met vergelijking:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10x \\ 2y = x \end{cases}.$$

2. $f(x)$ is een periodieke functie met periode 2π , die voldoet aan:

$$f(x) = \pi^2 - x^2 \text{ voor } x \in [-\pi, \pi].$$

Stel de Fourierreeks van $f(x)$ op. Vul $x = 0$ in, en haal hieruit de som van de reeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}.$$

Schrijf de formule van Parseval uit en haal hieruit de som van de reeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

3. Los op met scheiding van veranderlijken:

$$\pi^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

voor $t > 0$ en $0 < x < 2\pi$.

De begin- en randvoorwaarden zijn:

$$\begin{cases} y(0, t) = y(\pi, t) = 0 \\ y(x, 0) = 2 \sin(x) \\ \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 8 \sin(x) \cos(x) \end{cases}.$$

Tijd: 2 uur; Vraag 1: 10 punten; vraag 2: 13 punten; vraag 3: 12 punten. Dit examen telt mee voor 35 % van het totaal.