

УДК 910.1 551.8

## Математическое моделирование течения льда в северо-западной части Гренландии и интерпретация данных глубокого бурения на станции NEEM

© 2013 г. О.О. Рыбак<sup>1,2</sup>, Й.Я. Фюрст<sup>1</sup>, Ф. Хёбрехтс<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departement Geography and Earth System Sciences, Vrije Universiteit Brussel; <sup>2</sup>Сочинский научно-исследовательский центр РАН  
orybak@vub.ac.be

Статья принята к печати 19 ноября 2012 г.

Вариации климата, возраст льда, изотопный состав льда, ледниковый щит, ледяной керн, математическая модель, течение льда.

Climatic variations, ice age, ice core, ice flow, ice sheet, isotopic composition of ice, mathematical model.

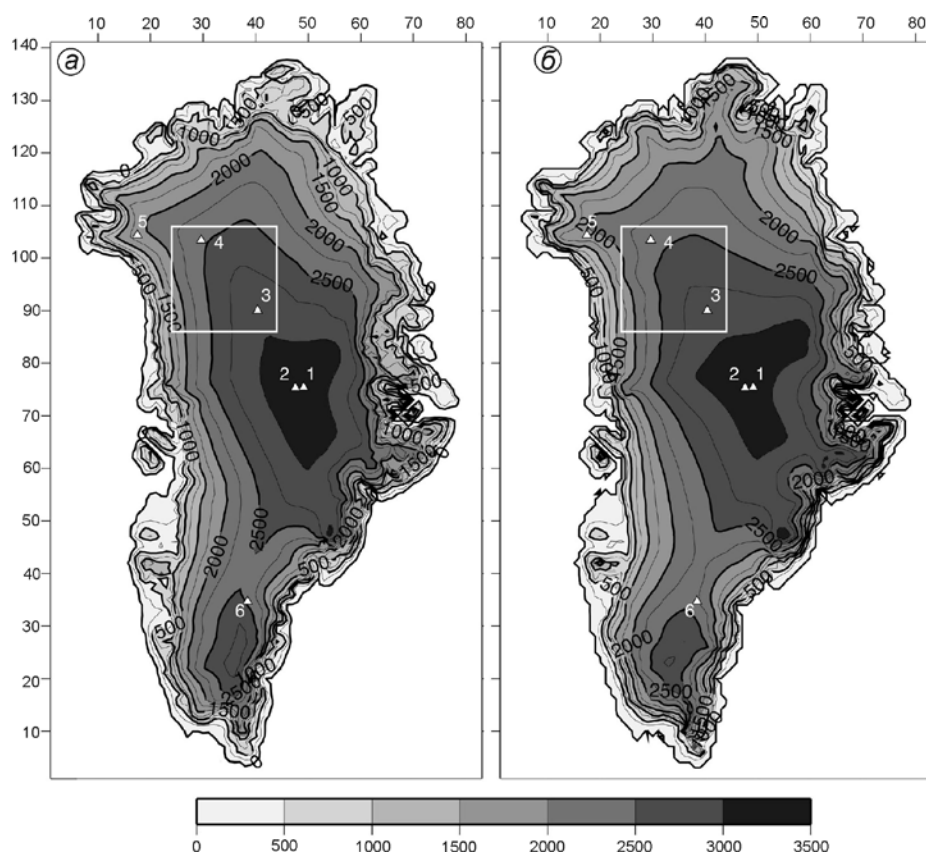
Глубокое бурение на станции NEEM в северо-западной Гренландии в 2008–2010 гг. было выполнено главным образом для получения данных, относящихся к предпоследнему межледниковью (Eemian), имевшему место около 115–130 тыс. л.н. Для правильной интерпретации изотопного ряда на основе изучения керна льда необходимо отделить в нём «климатический» сигнал от «неклиматического». Присутствие неклиматических компонент обусловлено влиянием колебаний высоты поверхности ледника и адвекцией льда из областей, расположенных выше по течению, широтным контрастом в распределении  $\delta^{18}\text{O}$  и другими причинами. Разобраться в этом помогают методы математического моделирования. Для реконструкции динамической истории Гренландского ледникового щита на протяжении двух последних ледниково-межледниковых циклов использовалась трёхмерная региональная модель течения льда в ограниченной области в северо-западной части Гренландии между станциями NEEM и NGRIP. Возраст керна льда скважины NEEM и координаты его происхождения на поверхности рассчитывались методом обратного отслеживания частиц льда в модельном поле скорости. Результаты расчётов показывают, что измеренная разница между современным значением  $\delta^{18}\text{O}$  в керне и значением, соответствующим максимуму потепления около 127 тыс. л.н., должна быть увеличена на 1,5‰. Стратиграфические нарушения в нижней части керна существенно затрудняют интерпретацию данных бурения.

### Введение

Лёд из глубоких скважин в ледниковых щитах содержит ценнейшую информацию об изменениях климатических условий на планете, имевших место десятки и сотни тысяч лет назад [1, 31]. Глубокое бурение Гренландского ледникового щита, начатое в 1960-х годах, позволило решить многие задачи гляциологии и палеоклиматологии, в частности, установить, что в течение последнего ледникового периода происходили быстрые изменения климата [6]. Однако одну существенную цель так и не удалось достичь: не были получены надёжные и непротиворечивые данные, касающиеся периода предпоследнего межледниковья (часто называемого в англоязычной литературе Eemian – около 115–130 тыс. лет назад; последним в данном контексте будет современный период – голоцен). В скважинах GRIP и GISP2 (рис. 1) в слоях льда, соответствующих по времени Eemian, отмечаются существенные стратиграфические нарушения, не позволяющие выполнить непрерывное датирование льда [6]. В скважине NGRIP, расположенной севернее и выше по течению, нижняя часть керна захватила лишь вторую половину Eemian из-за сильного базального таяния на участке бурения

[24]. Скважины Camp Century и Dye 3 находятся близко к окраинам ледникового щита. Из-за относительно высокой скорости аккумуляции большая часть ледяного керна содержит лёд голоценового происхождения. К последнему ледниковому периоду относятся лишь незначительные по мощности слои льда, причём только нижние, придонные и трудно интерпретируемые, предположительно представляющие собой временной интервал Eemian [19]. Интерес исследователей к Eemian не случаен. Это межледниковье считается более тёплым, чем настоящее, и в некоторой степени может использоваться для построения проекций современного «теплого» климата [23, 25].

Бурение в 2008–2012 гг. на станции NEEM (77,449° с.ш, 51,056° в.д., 2447 м над ур. моря [4], толщина льда 2540 м [23]), расположенной приблизительно в 300 км ниже по течению (и севернее) станции NGRIP, велось прежде всего для получения неповреждённого слоя льда, относящегося к Eemian и пригодного для интерпретации. Согласно предварительным модельным оценкам, его толщина должна быть в пределах 50–85 м, причём нижняя его граница должна была находиться на глубине  $150 \pm 40$  м над подстилающей поверхностью [4]. При достаточно



**Рис. 1.** Высота поверхности Гренландии (м над ур. моря):

*a* – наблюдаемая; *б* – воспроизведённая в модели. Оцифровка карт совпадает с нумерацией узлов расчётной сетки; белые треугольники показывают основные пункты глубокого бурения: 1 – GRIP; 2 – GISP2; 3 – NGRIP; 4 – NEEM; 5 – Camp Century; 6 – Dye 3; белый прямоугольник – положение встроеного домена

**Fig. 1.** Surface elevation of Greenland (m above sea level):

*a* – observed; *b* – modeled. Numbers on the margins indicate numbering of the gridpoints of the model mesh; white triangles show locations of the main points of deep drilling: 1 – GRIP; 2 – GISP2; 3 – NGRIP; 4 – NEEM; 5 – Camp Century; 6 – Dye 3; white rectangle – location of the nested domain

высокой скорости течения в окрестностях станции NEEM (около 5 м/год на поверхности щита, согласно GPS-измерениям на момент начала бурения – С.С. Hvidberg, частное сообщение) лёд в нижних слоях керна первоначально должен был быть отложен гораздо выше по течению, южнее, на иной высоте и при иной температуре воздуха. Таким образом, изотопный состав льда, помимо климатического сигнала, должен содержать и неклиматические компоненты, обусловленные его происхождением. Для наиболее точной интерпретации изотопных данных в терминах вариаций палеоклимата потребовалось воспроизведение поля скоростей течения льда и истории изменения высоты поверхности щита.

Крупномасштабная динамика континентальных ледниковых покровов достаточно хорошо воспроизводится в рамках теории «мелкого льда» (Shallow Ice Approximation, SIA [9]), которая учитывает в балансе сил лишь градиенты тангенциальных напряжений в вертикальной плоскости. В рамках SIA скорость течения – функция локальных характеристик ледникового щита (градиента высоты поверхности ледника, толщины и температуры льда). Применение SIA ограничено пространственным масштабом (aspect ratio), приблизительно соответствующим характерной толщине льда, умноженной на 10, т.е. 20–30 км, если иметь в виду внутренние

области ледникового щита. При таком пространственном разрешении учесть локальные особенности поля течения льда, обусловленные сложной топографией подстилающей поверхности, невозможно. В том случае, когда интересующая область расположена на ледоразделе или топографическом куполе, тангенциальные напряжения по сравнению с другими малы и поле скоростей течения льда можно аккуратно рассчитать, лишь применив более высокую, чем в SIA, степень аппроксимации уравнений, описывающих течение льда [27].

Математические модели, в основе которых лежат подобные аппроксимации (модели высоких порядков или НО-модели, см. классификацию последних моделей в работе [7]), требуют большого объёма вычислений. Поэтому целесообразно применить двухмасштабную иерархию моделей. Она подразумевает имитацию эволюции ледникового щита вычислительно не затратной SIA-субмоделью с меньшим пространственным разрешением, а расчёт поля течения в ограниченной области – с помощью НО-субмодели. Подобный подход применялся нами и ранее [2, 14] для расчётов поля скорости течения льда на протяжении последних 740 тыс. лет в области вокруг германской станции Конен на Земле Королевы Мод в Антарктиде в целях интерпретации данных глубокого бурения. За прошедшее время региональ-

ную НО-модель существенно модифицировали – увеличены скорость счёта, сходимость и устойчивость вычислений [5]. В настоящей работе больше внимания уделяется методологическим вопросам, чем окончательным результатам, которые, вероятно, будут корректироваться по мере получения новых данных анализа ледяного ядра NEEM.

### Модель эволюции ледникового щита

С точки зрения структуры, применяемая в настоящей работе модель незначительно отличается от использованной ранее [2, 14]. Как уже отмечалось, она состоит из двух основных блоков-субмоделей (далее мы придерживаемся терминологии, принятой в [14]).

1. Модель всего Гренландского ледникового щита (LSM – *Large Scale Model*). В ней динамика льда определяется приближением мелкого льда. Разрешение модели: 20 км по горизонтали и 51 слой по вертикали в прямоугольной области  $2800 \times 1640$  км ( $141 \times 83$  узлов). В субмодели имитируются эволюция ледникового щита, определяемая климатическим воздействием, а также реакция литосферы на изменяющуюся массу щита.

2. Региональная модель (FSM – *Fine Scale Model*) – стационарная НО-модель течения льда, относящаяся к типу LMLa (согласно классификации [7]). В модели рассчитываются скорости течения во встроеном домене размером  $400 \times 400$  км ( $160 \times 160$  узлов) (см. рис. 1) в соответствии с граничными условиями, задаваемыми LSM. Разрешение модели: 2,5 км по горизонтали при таком же, как и в LSM, разрешении по вертикали.

**Модель LSM** в значительной степени аналогична модели, описанной в работах [12, 13]. Лёд считается несжимаемой теплопроводной неньютоновской жидкостью. Рассмотрим декартову систему координат  $(x, y, z)$ , где ось  $z$  направлена вертикально вверх. Термомеханическое сопряжение задаётся законом Глена с показателем  $n = 3$  [26]. Сохранение массы описывается уравнением для локальной толщины льда  $H$ :

$$\partial H / \partial t = -\nabla(\mathbf{v}_h H) + M_s + M_b = -\nabla(D\nabla H) + M_s + M_b, \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $\mathbf{v}_h$  – вектор осреднённой по вертикали скорости течения;  $-\nabla(\mathbf{v}_h H) = -D\nabla H$ ;  $D$  – сложный нелинейный комплекс, зависящий от толщины ледника и модуля градиента высоты его поверхности  $s$  (в англоязычной литературе  $D$  носит название «diffusivity» [10]);  $M_s$  – баланс массы на поверхности щита, равный разности между скоростями аккумуляции и абляции;  $M_b$  – баланс массы на его нижней границе, равный скорости базального таяния.

Скорость абляции рассчитывается в соответствии с ожидаемой суммой дней с положительной температурой. При её расчете принимается во внимание количество талой воды, удерживаемой ледником [17].

Сохранение энергии описывается уравнением адвекции–диффузии–диссипации тепла:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho_i c_p} \frac{\partial}{\partial z} \left( k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) - \mathbf{v} \nabla T_i + \frac{2\dot{\epsilon}\tau}{\rho_i c_p}, \quad (2)$$

где  $T_i$  – температура льда;  $\rho_i = 910 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$  – плотность льда;  $c_p$  и  $k_i$  – соответственно зависимые от температуры теплоёмкость и теплопроводность льда;  $\mathbf{v}$  – поле скорости течения;  $\dot{\epsilon}$  – эффективная скорость деформации;  $\tau$  – эффективное напряжение [11].

Первый член в правой части выражения (2) описывает диффузию, второй – адвекцию, третий – диссипацию тепла. На верхней границе щита  $T_i = T_s$ , где  $T_s$  – температура воздуха. Для имитации ледниково-межледниковых колебаний модель подвергается внешнему воздействию: последовательной ассимиляции вариаций приземной температуры воздуха в формуле (2), значений баланса массы на поверхности в выражении (1) и вариаций глобального уровня моря, определяющего распространение континентального оледенения на область континентального шельфа при падении уровня моря. Вариации глобального уровня моря рассчитываются, исходя из вариаций  $\delta^{18}\text{O}$  для ядра SPECMAP [16]. Максимальное распространение континентального льда во время последнего ледникового максимума определяется специальной маской [35]. Поле температуры воздуха над Гренландией рассчитывается как сумма климатической компоненты и отклонения от неё. Климатическая компонента параметризуется в зависимости от широты и абсолютной высоты поверхности [13]. Отклонение от климатической компоненты  $\Delta T_s$  считается равномерно распределённой в пространстве и рассчитывается как линейная функция вариаций  $\delta^{18}\text{O}$ . Ряд вариаций  $\delta^{18}\text{O}$  составляется из значений, полученных для ядра станции GRIP [6] (от 0 до 100 тыс. л.н.) и перемасштабированных значений  $\delta D$  из ядра станции Восток [29]. Скорость аккумуляции определяется как доля твёрдых осадков в общей сумме выпавших осадков, которая зависит от среднемесячной температуры воздуха. Пространственное распределение количества выпавших осадков  $P(x, y, t)$  обусловлено современным полем  $P(x, y, 0)$ , амплитуда вариаций которого во времени зависит от вариаций  $\delta^{18}\text{O}$ . Детали расчёта внешнего воздействия подробно обсуждались в работе [12]. Подобный подход к расчёту аномалий осадков, разумеется, сильно упрощает реальные механизмы осадкообразования, главенствующую роль в которых играют синоптические процессы и сезонность [20], однако для макромоделирования динамики ледникового щита в течение длительного срока альтернативного подхода до настоящего времени не предложено.

Поток геотермического тепла  $G$  входит в граничные условия выражения (2) (см. детали в [10]), определяя температуру на границе подстилающие породы/ледниковый щит и переход от таяния к замерзанию. Таяние льда на нижней границе приводит к тому, что лёд становится «моложе» [32], что собственно и имело место в керне NGRIP. Прямые измерения  $G$  под Гренландским ледниковым щитом отсутствуют, поэтому данный параметр оценивался непрямыми методами. В настоящей работе используется поле  $G$ , построенное на основе сейсмического моделирования [34], которое было скорректировано в соответствии с данными о базальной температуре в точках глубокого бурения согласно методике, приведённой в исследовании [28].

**Модель FSM.** Баланс сил в модели типа LMLa выражается через изменение скоростей деформаций, т.е. через градиенты горизонтальных компонент скорости течения  $u$  и  $v$  [27]:

$$4 \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho_i g \frac{\partial s}{\partial x} \quad (3)$$

$$4 \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho_i g \frac{\partial s}{\partial y}$$

где

$$\eta = \frac{1}{2} A(T^*)^{-1/n} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \quad (4)$$

– эффективная вязкость;  $A(T^*)$  – реологическая функция, зависящая от температуры льда, с учётом поправки на давление;  $s = b + H$  – высота поверхности ледника;  $b$  – высота подстилающей поверхности.

Введём систему координат  $(x', y', \zeta)$ , где  $\zeta = (s - z)/H$ , и обозначения  $\partial_{x'} = \partial/\partial x'$ ,  $\partial_{y'} = \partial/\partial y'$  и  $\partial_{\zeta} = \partial/\partial \zeta$ . Затем перепишем первое из уравнений системы (3) и уравнение (4):

$$4 \partial_{x'} \cdot (\eta \partial_{x'} u) + 4 a_x \partial_{x'} \cdot (\eta \partial_{\zeta} u) + 4 a_x \partial_{\zeta} (\eta \partial_{x'} u) + \partial_{y'} \cdot (\eta \partial_{y'} u) + a_y \partial_{y'} \cdot (\eta \partial_{\zeta} u) + a_y \partial_{\zeta} (\eta \partial_{y'} u) + (4 a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) \partial_{\zeta} (\eta \partial_{\zeta} u) + (4 b_x + b_y) \eta \partial_{\zeta} u = \rho g \partial_{x'} s - 2 \partial_{x'} \cdot (\eta \partial_{y'} v) - \partial_{y'} \cdot (\eta \partial_{x'} v) - \quad (5)$$

$$- 2 a_y \partial_{x'} \cdot (\eta \partial_{\zeta} v) - 2 a_x \partial_{\zeta} (\eta \partial_{y'} v) - 3 a_x a_y \partial_{\zeta} (\eta \partial_{\zeta} v) - a_x \partial_{y'} \cdot (\eta \partial_{\zeta} v) - a_y \partial_{\zeta} (\eta \partial_{x'} v) - 3 c_{xy} \eta \partial_{\zeta} v, \text{ где}$$

$$\eta = 0,5 A_0^{-1/n} \{ (\partial_{x'} u + a_x \partial_{\zeta} u)^2 + (\partial_{y'} v + a_y \partial_{\zeta} v)^2 + (\partial_{x'} u + a_x \partial_{\zeta} u) \cdot (\partial_{y'} v + a_y \partial_{\zeta} v) + 0,25 (\partial_{y'} u + a_y \partial_{\zeta} u + \partial_{x'} v + a_x \partial_{\zeta} v)^2 + 0,25 a_z^2 (\partial_{\zeta} u)^2 + 0,25 a_z^2 (\partial_{\zeta} v)^2 + \dot{\epsilon}_0 \}^{1/n-1} \quad (6)$$

Коэффициенты  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ,  $b_x$ ,  $b_y$  и  $c_{xy}$  возникают при преобразовании координат (см. подробнее в публикациях [5, 27]). Напряжения на поверхности щита ( $z = s$ ) равны нулю. Компоненты скорости базального скольжения  $u|_b$  и  $v|_b$  в зависимости от условий эксперимента рассчитываются, исходя либо из решения Виртмана [10], либо из уравнений, связывающих их с напряжениями  $\tau_{bx}$  и  $\tau_{by}$  [5]:

$$u|_b = -\tau_{bx}^{-1} \beta^2, v|_b = -\tau_{by}^{-1} \beta^2; \quad (7)$$

$$\tau_{bx} = [\tau_{xz} - \tau_{xy} \partial_{y'} b - (2 \tau_{xx} + \tau_{yy}) \partial_{x'} b]|_b; \quad (8)$$

$$\tau_{by} = [\tau_{yz} - \tau_{xy} \partial_{x'} b - (2 \tau_{yy} + \tau_{xx}) \partial_{y'} b]|_b,$$

где  $\beta$  – коэффициент трения.

Легко заметить, что все члены в уравнении (5) за исключением трёх схожи по структуре и представляют собой производную от произведения эффективной вязкости на производную скорости. Введём два оператора  $\Omega$  и  $\Psi$ :

$$\Omega(s, g, f) \equiv \partial_s (g \partial_s f); \quad (9)$$

$$\Psi(s, t, g, f) \equiv \partial_s (g \partial_t f), \text{ если } s \neq t; s, t \in \{x', y', \zeta\}.$$

Тогда выражение (5) можно переписать следующим образом:

$$4 \Omega(x', \eta, u) + 4 a_x \Psi(x', \zeta, \eta, u) + 4 a_x \Psi(\zeta, x', \eta, u) + \Omega(y', \eta, u) + a_y \Psi(y', \zeta, \eta, u) + a_y \Psi(\zeta, y', \eta, u) + (4 a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) \Omega(\zeta, \eta, u) + (4 b_x + b_y) \eta \partial_{\zeta} u = \rho g \partial_{x'} s - 2 \Psi(x', y', \eta, v) - \Psi(y', x', \eta, v) - \quad (10)$$

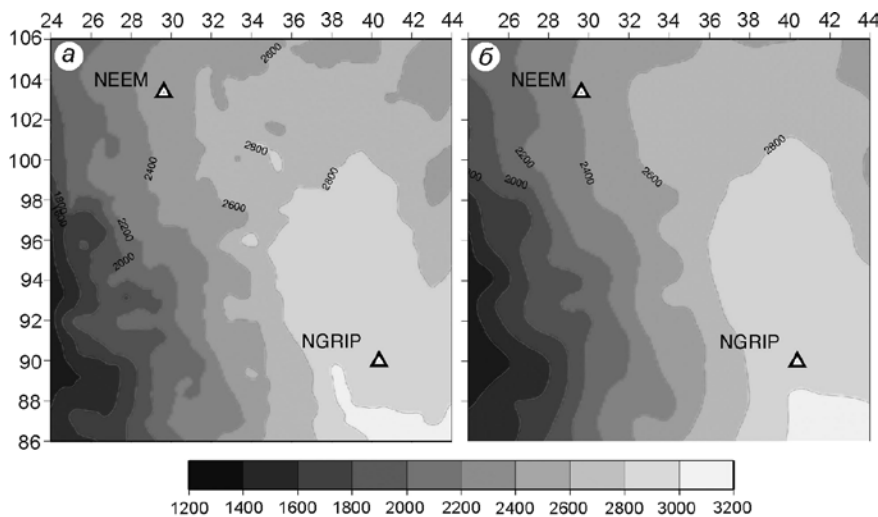
$$- 2 a_y \Psi(y', \zeta, \eta, v) - 2 a_x \Psi(\zeta, y', \eta, v) - 3 a_x a_y \Omega(\zeta, \eta, v) - a_x \Psi(y', \zeta, \eta, v) - a_y \Psi(\zeta, x', \eta, v) - 3 c_{xy} \eta \partial_{\zeta} v.$$

Система нелинейных уравнений (3) после представления в форме (10) решается итерационно методом Пикара. Каждая из итераций распадается на три шага.

1. Расчёт эффективной вязкости  $\eta$  по формуле (6) с использованием  $u$  и  $v$ , найденных на предыдущей итерации; на первой итерации используются локальные SIA-решения для  $u$  и  $v$ .

2. Расчёт  $u$ ; при этом  $v$  и  $\eta$  в выражении (10) считаются независимыми от  $u$ , и, таким образом, уравнение становится линейным. Уравнения и граничные условия для  $u$  и аналогичное для  $v$  в системе координат  $(x', y', \zeta)$ , переписанные в конечно-разностной форме, преобразуются в систему линейных алгебраических уравнений. Для её решения применяется метод сопряжённых градиентов (модифицированная версия алгоритма из [30]).

3. Расчёт  $v$ . Дополнительное применение релаксационной схемы [8] обеспечивает быструю сходи-

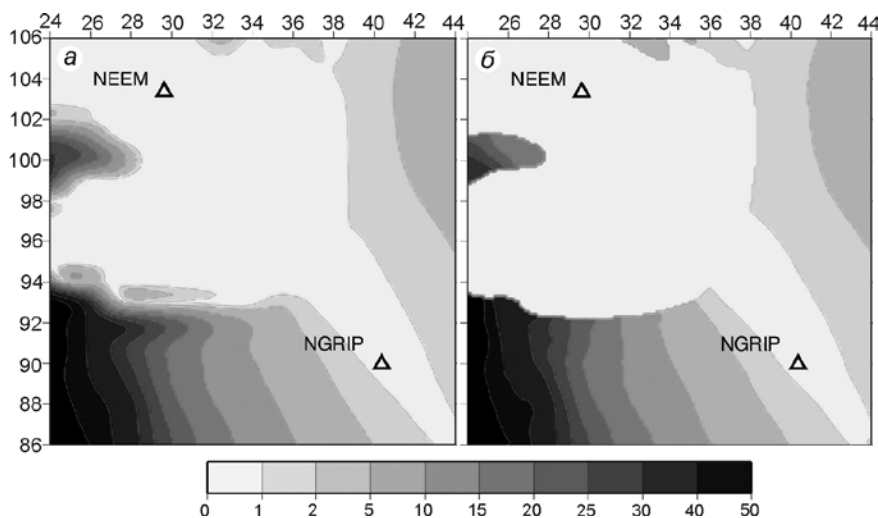


**Рис. 2.** Модельное поле толщины льда во встроеном домене, м:

*a* – разрешение 2,5 км; *б* – разрешение 20 км (поле проинтерполировано в узлы сетки 2,5 км); треугольники – положения точек бурения

**Fig. 2.** Modeled ice thickness field in the nested domain (m):

*a* – resolution 2.5 km; *b* – resolution 20 km (field interpolated into 2.5 km grid points); triangles indicate locations of the drill sites



**Рис. 3.** Модельное поле базальной скорости во встроеном домене, м/год:

*a* – генерируемое LSM; *б* – рассчитанное в соответствии с уравнениями (7) и (8); треугольники – точки бурения

**Fig. 3.** Modeled basal velocity field in the nested domain, m/yr:

*a* – generated by the LSM; *b* – and calculated according to the equations (7) and (8); triangles indicate locations of the drill sites

мость за 2–4 итерации на каждом временном шаге. Синхронизация LSM и FSM выполняется каждые 50 модельных лет с использованием трёх схем сопряжения<sup>1</sup> – CS1, CS2 и CS3.

*Схема сопряжения 1 (CS1).* Толщина льда  $H(t)_{FSM}^{mod}$  рассчитывается как сумма наблюдаемых значений на сетке 2,5 км  $H(0)_{FSM}^{obs}$  и значений корректирующей матрицы  $A_H(t)$ :

$$H(t)_{FSM}^{mod} = H(0)_{FSM}^{obs} + A_H(t). \quad (11)$$

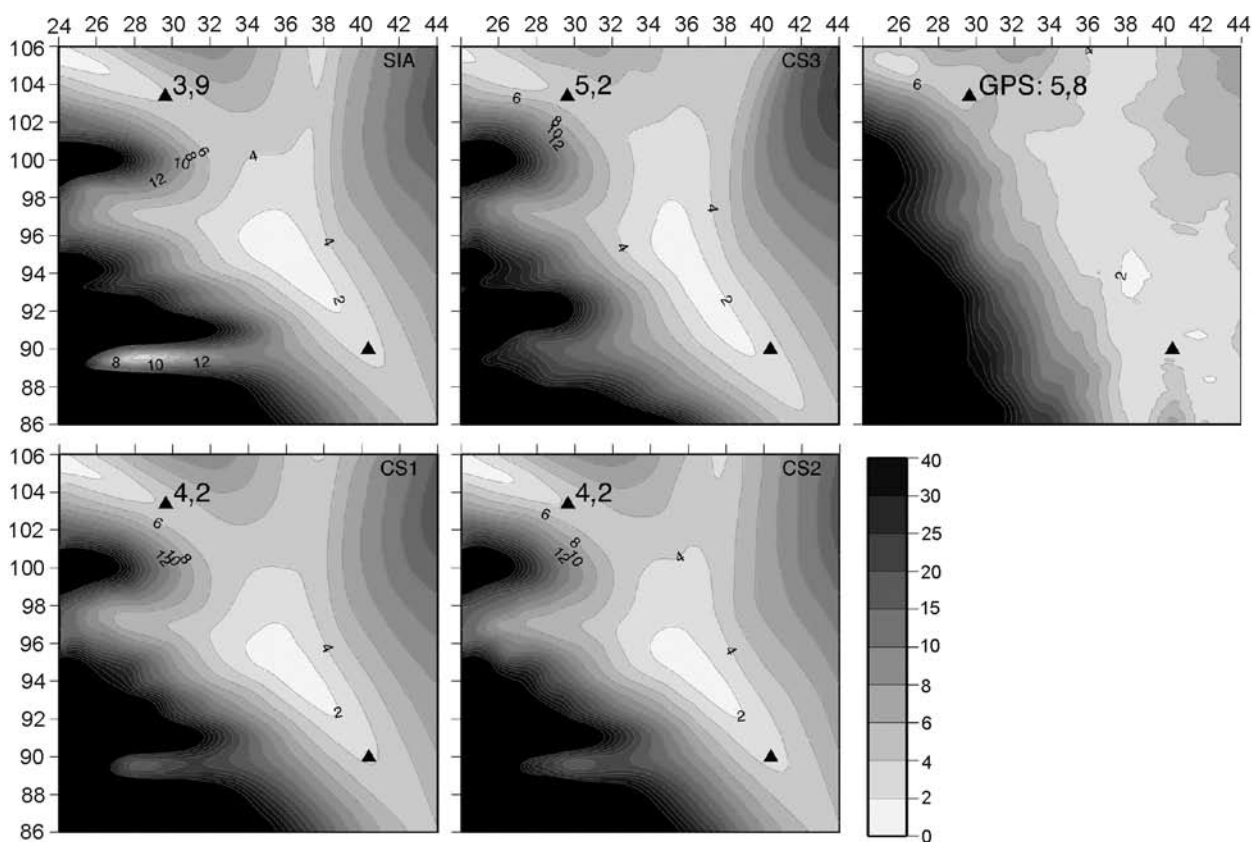
Матрица  $A_H(t)$  генерируется на каждом временном шаге, когда проводится синхронизация LSM и FSM, и рассчитывается как разность между модельным полем на шаге  $t$  –  $H(t)_{LSM}^{mod}$  и наблюдаемым полем –  $H_{LSM}^{obs}(0)$ , пространственное разрешение которых составляет 20 км:

$$A_H(t) = H(t)_{LSM}^{mod} - H_{LSM}^{obs}(0). \quad (12)$$

<sup>1</sup>CS (англ. coupling scheme) – схема сопряжения.

Оба поля для синхронизации интерполируются в узлы сетки 2,5 км. В настоящей работе  $H_{LSM}^{obs}(0)$  и  $H(0)_{FSM}^{obs}$  совпадают в узлах сетки с пространственным шагом 20 км. Совпадение означает, что поле  $H(t)_{FSM}^{mod}$  имеет схожую пространственную структуру с полем  $H(t)_{LSM}^{mod}$ , однако в нём присутствует больше деталей (рис. 2). Высота поверхности шита, температура и базальная скорость передаются непосредственно из LSM в FSM и интерполируются в узлы сетки 2,5 км. Высота подстилающей поверхности в узлах сетки 2,5 км рассчитывается как разница между высотой поверхности и толщиной льда.

*Схема сопряжения 2 (CS2)* аналогична CS1, за исключением расчёта базальной скорости, которая находится в соответствии с выражениями (7) и (8). Поля базальных скоростей, рассчитанные по схемам CS1 и CS2, имеют много общего (рис. 3), так как границы областей с нулевой скоростью в обоих случаях определяется одним и тем же полем базальной температуры льда. Помимо нелокального характера



**Рис. 4.** Модельные поля скоростей на поверхности (м/год) в соответствии с расчётами на LSM (значения интерполированы из сетки с пространственным шагом 20 км на сетку с шагом 2,5 км – обозначена как SIA) и FSM (эксперименты CS1, CS2 и CS3).

Сглаженное наблюдаемое поле скорости течения на поверхности показано для сравнения на правой панели в верхнем ряду. Треугольники обозначают места расположения станций NEEM и NGRIP (как на рис. 2). Цифры около мест расположения станции NEEM показывают модельную скорость течения льда в точке с координатами станции

**Fig. 4.** Modeled surface ice velocities (m/yr) as predicted by the LSM (SIA values interpolated from the 20 km mesh into 2.5 km mesh) and the FSM (CS1, CS2 and CS3 experiments).

Smoothed observed surface velocity is shown for the comparison (right panel in the upper row). Triangles indicate location of stations NEEM and NGRIP (as in fig. 2). Numbers near the NEEM locations indicate values of the modeled surface flow velocity at the position of the drill site

базальной скорости, рассчитываемой решением уравнений (7) и (8), различия определяются и тем, что в схеме CS2 поправка на давление к базальной температуре вводится локально с использованием толщины льда на сетке 2,5 км –  $H(t)_{FSM}^{mod}$ .

Схема сопряжения 3 (CS3) также аналогична схеме CS1, однако между LSM и FSM устанавливается обратная связь. В LSM значение  $D$  (см. уравнение (1)) зависит от локальных характеристик щита. Однако компоненты  $D - D_x$  и  $D_y$  можно выразить и через компоненты скорости течения [27]:

$$D_x = -uH(ds/dx)^{-1}; D_y = -vH(ds/dy)^{-1}. \quad (13)$$

Подстановка  $u$  и  $v$ , рассчитанных в FSM, в формулы (13), а  $D_x$  и  $D_y$  из формул (13) в выражения (1) во встроенном домене обеспечивает обратную связь между FSM и LSM. Обратная связь «включается» каждый раз, когда происходит синхронизация между

LSM и FSM, которая обеспечивает постепенное приспособление толщины льда во встроенном домене к нелокальному полю скоростей течения льда.

#### Современное поле скоростей течения льда во встроенном домене

Состоятельность модели оценивалась путём сравнения модельных полей скоростей во встроенном домене со спутниковыми наблюдениями и GPS-измерениями. Исходные спутниковые наблюдения с разрешением 1 км [18] во внутренней области ледникового щита сильно зашумлены, однако после пространственного осреднения с небольшим пространственным шагом (5 км) удалось получить поле, приемлемое для сравнения (рис. 4). Однозначно судить об абсолютных величинах спутниковых измерений даже по сглаженному полю достаточно сложно, поскольку ошибка измерений (1 м/год) по

величине сопоставима с самими скоростями. Согласно GPS-наблюдениям в районе станции NEEM, скорость течения на поверхности непосредственно около точки бурения в настоящее время составляет 5,8 м/год. Однако величина эта из года в год меняется в небольших пределах (С.С. Hvidberg, персональное сообщение). Все четыре модельных варианта поля скоростей на рис. 4 схожи по структуре. Во всех вариантах станция NEEM расположена на оси ледораздела. Наиболее близкое к измеренному модельное значение непосредственно в точке бурения (5,2 м/год) даёт схема CS3, наименее близкое (3,9 м/год) – SIA-приближение. Отметим также, что по схеме CS3 скорость течения на станции NGRIP завышена меньше всего (приблизительно вдвое против измеренного значения 1,3 м/год [15]), хотя ось течения относительно станции смещена примерно на 10 км. Заметим, что для решения задач настоящего исследования совпадение модельной и измеренной скоростей на станции NGRIP не носит принципиального характера. Исходя из того, что схема CS3 даёт наилучшее приближение к измеренной скорости, в дальнейших расчётах используется именно она.

#### Методика численного эксперимента и его результаты

Численный эксперимент состоит из двух фаз. *Первая фаза – прямого счёта* – начиналась 225 тыс. модельных лет назад из стационарного состояния, соответствующего межледниковой фазе. Модель откалибрована таким образом, чтобы Гренландский ледниковый щит на протяжении Eemian имел минимальную конфигурацию, показанную на рис. 5. Подобная конфигурация оптимально удовлетворяет данным, полученным по пяти гренландским ледяным кернам [33]. Время и координаты происхождения частиц льда рассчитывались в ходе *второй фазы – постэкспериментальной обработки данных методом обратного отслеживания*, аналогично тому, как это сделано в исследованиях [3, 14]. Рассмотрим процедуру эксперимента во второй фазе. В течение прямой фазы эксперимента модельные поля скоростей, а также другие характеристики встроенного домена (толщина льда, высота подстилающей поверхности и т.д.) выводятся и запоминаются каждые 100 лет. Затем поля обращаются во времени. Трассеры (виртуальные частицы льда) распределяются по вертикали точки с координатами скважины (каждые 1% относительной толщины льда в диапазоне от 0 до 80% и каждые 0,05% в диапазоне от 80 до 99%). На каждом временном шаге при прокрутке «назад» точные координаты и скорости трассеров определяются с помощью сплайн-аппроксимации

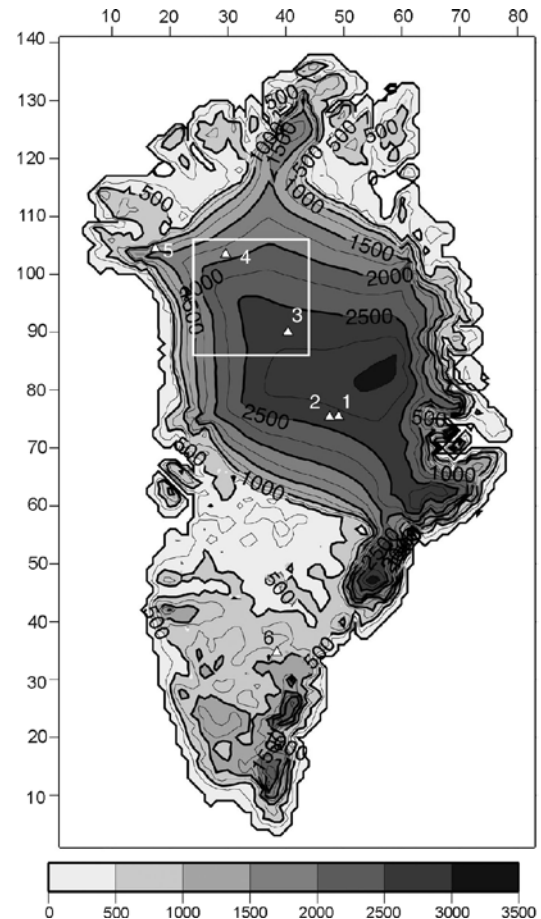


Рис. 5. Модельная высота поверхности Гренландии (м над ур. моря) 123 тыс. лет назад.

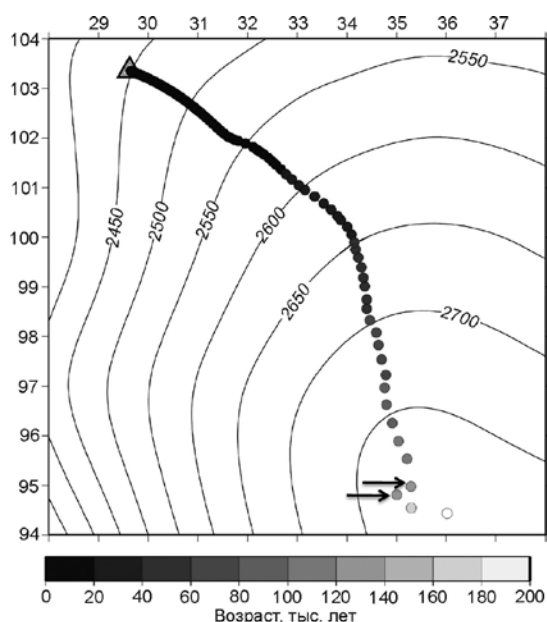
Условные обозначения см. на рис. 1

Fig. 5. Modeled surface elevation of Greenland (m above sea level) 123 thousands years ago.

Notations as in fig. 1

по алгоритму из работы [30]. Момент времени, когда трассер пересекает палеоповерхность ледникового щита, считается временем происхождения льда. Время происхождения совокупности всех трассеров в виртуальном керне даёт, таким образом, модельную хронологическую шкалу [3, 14].

Согласно расчётам, лёд, относящийся к Eemian, образовался примерно в 175 км к югу от станции NEEM и примерно в 205 км от неё, если измерять путь трассеров вдоль траекторий (рис. 6). Горизонтальное отклонение точек происхождения льда относительно современного положения ледораздела показывает, что сам ледораздел около пика Eemian испытывал горизонтальное смещение. Аналогичное смещение ледораздела установлено ранее для окрестностей станции GRIP [22]. Смещение ледораздела становится заметнее при анализе траекторий отдельных трассеров (не показано). В соответствии с модельными расчётами слой,



**Рис. 6.** Места происхождения частиц льда (трассеров) из керна NEEM на поверхности ледникового щита, окрашенные в соответствии с возрастом.

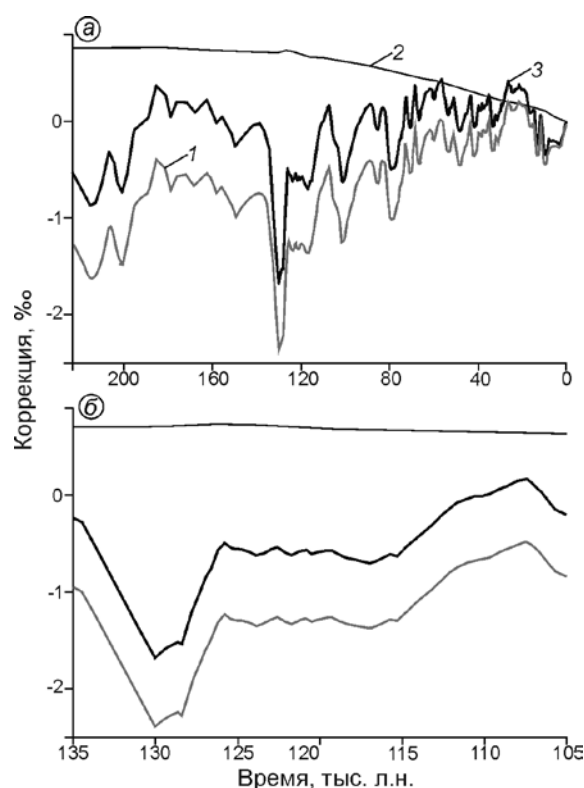
Показаны только места происхождения трассеров, первоначально расположенных в виртуальном керне на расстоянии 1% друг от друга. Самый нижний и самый «старый» из трассеров (место происхождения – нижний кружок на рисунке) был первоначально расположен на 98% относительной глубины. Стрелки указывают на предположительные места происхождения льда Eemian

**Fig. 6.** Places of deposition of the ice particles (tracers) from the NEEM ice core on the surface of the ice sheet colored with respect to their ages.

Shown only places of origin of the tracers initially located every 1% of the relative depth in the virtual ice core. The lowest and the «oldest» tracer (indicated with the lowest circle in the figure) was initially located at 98% of the relative depth. Arrows point at the places of deposition of the Eemian ice

относящийся к Eemian, лежит на относительной глубине 94–96% в скважине, или примерно в 140 м от подстилающих пород. Данное значение совпадает с предварительной оценкой [4], хотя последняя была сделана в предположении наличия базального таяния на станции NEEM. По достижении коренных пород в процессе бурения факт базального таяния, однако, не подтвердился.

Анализ ряда  $\delta^{18}\text{O}$  позволяет предположить, что пик потепления Eemian, видимо, соответствует глубине около 2400 м в скважине [23]. Это показывает, что модельная датировка соответствует реальной хронологии для слоя Eemian. Вместе с тем модельная хронологическая шкала опережает официальную хронологию GICC05/ss09 [23] с глубины приблизительно 1200 м, что, на наш взгляд, связано с переоценкой в модели скорости аккумуляции на временном отрезке около послед-



**Рис. 7.** Топографическое (1), широтное (2) и суммарное (3) смещение (коррекция) к ряду  $\delta^{18}\text{O}$  из керна NEEM (a) и увеличенный вариант для Eemian (б)

**Fig. 7.** Elevation (1), latitudinal (2) and total (3) non-climatic biases (corrections) for the NEEM  $\delta^{18}\text{O}$  record (a) and the same zoomed for the Eemian (б)

него ледникового максимума. В то же время хронология GICC05/ss09 не может быть продолжена глубже 2206,7 м в скважине (дальше в прошлое, чем 108 тыс. л.н. [23]) из-за стратиграфических нарушений в нижележащем слое, которые хорошо видны на недавнем профиле радиозондирования между станциями NGRIP и NEEM [21].

Поскольку модельная хронологическая шкала указывает на правильную глубину залегания слоёв, соответствующих по времени Eemian, можно рассчитать неклиматическое смещение в ряду  $\delta^{18}\text{O}$  для этого периода. Для выделения климатического сигнала из ряда  $\delta^{18}\text{O}$  мы использовали современный высотный градиент изотопного состава  $\gamma = \partial\delta^{18}\text{O}/\partial S = -0,0062 \text{‰/м}$  [37] (для расчёта топографической составляющей как в работе [14]) и современный широтный градиент изотопного состава  $\beta = \partial\delta^{18}\text{O}/\partial\lambda = -0,48 \text{‰}$  на градус широты [36]. Рассчитанное неклиматическое смещение (коррекция) в интересующий нас период – непостоянно (рис. 7). Резкий скачок топографической составляющей объясняется первоначальным увеличением высоты поверхности щита



в конце предпоследнего ледникового периода – начале Eemian и последующим резким падением на пике потепления, когда окраинные части ледника предположительно отступили (см. рис. 5). Таким образом, в начале Eemian значение  $\delta^{18}\text{O}$  должно быть увеличено (соответственно вырастет и контраст с современным значением) на 1,5–1,6 ‰, а на пике потепления – на 0,5 ‰.

### Заключение

Региональная модель течения льда в северо-западной части Гренландии использована для расчёта поля скоростей течения льда в ограниченной области щита на протяжении последних 225 тыс. лет. В ходе численного эксперимента установлено следующее:

1) модельное поле поверхностной скорости течения льда во встроеном домене качественно согласуется со спутниковыми наблюдениями и данными GPS-измерений;

2) модель позволяет предположить горизонтальное смещение ледораздела на пике потепления Eemian;

3) модельная оценка глубины залегания льда, относящегося к пику потепления Eemian, совпадает с пиком в ряду  $\delta^{18}\text{O}$  для ледяного керна;

4) оценка величины неклиматического смещения показывает, что измеренный контраст между современным значением  $\delta^{18}\text{O}$  и его значением на начальной стадии Eemian должен быть увеличен на 1,5–1,6 ‰ и приблизительно на 0,5 ‰ на протяжении всего периода Eemian.

В нижней части ледяного керна установлены стратиграфические нарушения [23], что существенно затрудняет датирование результатов физико-химического анализа керна и реконструкцию климатических условий в течение Eemian в данном регионе. Эта работа далека от завершения и требует продолжения исследований по математическому моделированию течения льда на станции NEEM.

### Литература

1. Котляков В.М., Гордиенко Ф.Г. Изотопная и геохимическая гляциология. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 288 с.
2. Рыбак О.О., Хёбрехтс Ф., Паттэн Ф., Штайнхаге Д. Региональная модель динамики льда. Часть. 1. Описание модели, постановка численных экспериментов и современная динамика потока в окрестностях станции Конен // МГИ. 2007. Вып. 102. С. 3–11.
3. Рыбак О.О., Хёбрехтс Ф., Паттэн Ф., Штайнхаге Д. Региональная модель динамики льда. Часть. 2. Пост-экспериментальная обработка данных // МГИ. 2007. Вып. 103. С. 3–10.
4. Buchardt S.L., Dahl-Jensen D. At what depth is the Eemian layer expected to be found at NEEM? // Annals of Glaciology. 2008. V. 48. P. 100–103.
5. Fürst J.J., Rybak O., Goelzer H., De Smedt B., De Groen P., Huybrechts P. Improved convergence and stability properties in a three-dimensional higher-order ice sheet model // Geoscientific Model Development. 2011. V. 4. P. 1133–1149.
6. GRIP members. Climate instability during the last interglacial period in the GRIP ice core // Nature. 1993. V. 364. P. 203–207.
7. Hindmarsh R.C.A. A numerical comparison of approximations to the Stokes equations used in ice sheet and glacier modelling // Journ. of Geophys. Research. 2004. V. 109 (F1). doi:10.1029/2003JF000065.
8. Hindmarsh R.C.A., Payne A.J. Time-step limits for stable solutions of the ice-sheet equation // Annals of Glaciology. 1996. V. 23. P. 74–85.
9. Hutter K. Theoretical Glaciology: material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets. Dordrecht: D. Reidel, 1983. 510 p.
10. Huybrechts P. The Antarctic ice sheet and environmental change // Berichte zur Polarforschung. 1992. V. 99. 241 p.
11. Huybrechts P. Basal temperature conditions of the Greenland ice sheet during the glacial cycles // Annals of Glaciology. 1996. V. 23. P. 226–236.
12. Huybrechts P. Sea-level changes at the LGM from ice-dynamic reconstructions of the Greenland and Antarctic ice sheets during the glacial cycles // Quaternary Science Reviews. 2002. V. 21. P. 203–231.
13. Huybrechts P., de Wolde J. The dynamic response of the Greenland and Antarctic Ice Sheets to Multiple-Century climatic warming // Journ. of Climate. 1999. V. 12. P. 2169–2188.
14. Huybrechts P., Rybak O., Pattyn F., Ruth U., Steinhage D. Ice thinning, upstream advection and non-climatic biases for the upper 89% of the EDML ice core from a nested model of the Antarctic ice sheet // Climate of the Past. 2007. V. 3. P. 577–589.
15. Hvidberg C.S., Keller K., Gundestrup N.S. Mass balance and ice flow along the north-northwest ridge of the Greenland ice sheet at NorthGRIP // Annals of Glaciology. 2002. V. 35. P. 521–526.
16. Imbrie J.Z., Hays J.D., Martinson D.G., MacIntyre A., Mix A.C., Morley J.J., Pisias N.G., Prell W.L., Shackleton N.J. The orbital theory of Pleistocene climate: support from a revised chronology of the marine  $\delta^{18}\text{O}$  record // Milankovitch and Climate / Ed. by A. Berger, J.Z. Imbrie, J.D. Hays, G. Kukla, B. Saltzman. Dordrecht: D. Reidel, 1984. P. 269–305.
17. Janssens I., Huybrechts P. The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet // Annals of Glaciology. 2000. V. 31. P. 133–140.
18. Joughin I., Smith B., Howat I.M., Scambos T., Moon T. Greenland Flow Variability from Ice-Sheet-Wide Velocity Mapping // Journ. of Glaciology. 2010. V. 56. P. 415–430.
19. Johnsen S.J., Dahl-Jensen D., Gundestrup N., Steffensen J.P., Clausen H.B., Miller H., Masson-Delmotte V., Sveinbjörnsdóttir A.E., White J. Oxygen isotope and palaeotemperature records from six Greenland ice-core stations: Camp Century, Dye-3, GRIP, GISP2, Renland and NorthGRIP // Journ. of Quaternary Science. 2001. V. 16. P. 299–307.
20. Jouzel J., Alley R.B., Cuffey K.M., Dansgaard W., Grootes P., Hoffman G., Johnsen S.J., Koster R.D., Peel D., Shuman C.A., Stievenard M., Stuiver M., White J. Validity of the temperature reconstruction from water isotopes in ice cores // Journ. of Geophys. Research. 1997. V. 102. P. 26471–26487.
21. Leuschen C., Allen C., Gogineni P., Rodriguez F., Paden J., Li J. IceBridge MCoRDS L3 Gridded Ice Thickness, Surface, and

- Bottom, 06.05.2011. National Snow and Ice Data Center: Boulder, Colorado USA. [Электронный ресурс] URL <http://nsidc.org/data/irmcr3.html>
22. Marshall S.J., Cuffey K.M. Pereginations of the Greenland Ice Sheet divide through the last glacial cycle: implications for disturbance of central Greenland ice cores // *Earth and Planetary Science Letters*. 2000. V. 179. P. 73–90.
  23. NEEM community members. Eemian interglacial reconstructed from a Greenland folded ice core // *Nature*. 2013. V. 495. P. 489–494.
  24. North Greenland Ice Core Project members. High-resolution record of Northern Hemisphere climate extending into the last interglacial period // *Nature*. 2004. V. 431. P. 147–151.
  25. Otto-Bliesner B.L., Marshall S.J., Overpeck J.T., Miller G.H., Hu A. CAPE Last Interglacial Project members. Simulating Arctic climate warmth and icefield retreat in the last interglaciation // *Science*. 2006. V. 311. P. 1751–1753.
  26. Paterson W.S.B. *The Physics of Glaciers*. Oxford: Elsevier, 1994. 480 p.
  27. Pattyn F. A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across subglacial lakes // *Journ. of Geophys. Research*. 2003. V. 108. doi:10.1029/2002JB002329.
  28. Pattyn F. Antarctic subglacial conditions inferred from a hybrid ice sheet/ice stream model // *Earth and Planetary Science Letters*. 2010. V. 295. P. 451–461.
  29. Petit J.R., Jouzel J., Raynaud D., Barkov N.I., Barnola J.M., Basile I., Bender M., Chappellaz J., Davis M.E., Delaygue G., Delmotte M., Kotlyakov V.M., Legrand M., Lipenkov V.Y., Lorius C., Pepin L., Ritz C., Saltzman E., Stievenard M. Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica // *Nature*. 1999. V. 399. P. 429–436.
  30. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. *Numerical Recipes*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. 963 p.
  31. Robin G. de Q. Ice cores and climatic change // *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Ser. B. 1977. V. 280. P. 143–168.
  32. Rybak O., Huybrechts P. Sensitivity of the EDML ice core chronology to geothermal heat flux // *МГИ*. 2008. Вып. 105. С. 35–40.
  33. Rybak O., Huybrechts P. Ensemble simulations of the minimum configuration of the Greenland ice sheet during the Last Interglacial constrained by ice-core data // *Geophys. Research Abstracts*. 2011. V. 13. EGU2011.
  34. Shapiro N.M., Ritzwoller M. H. Inferring surface heat flux distributions guided by a global seismic model: particular application to Antarctica // *Earth and Planetary Science Letters*. 2004. V. 223. P. 213–224.
  35. Simpson M.J.R., Milne G.A., Huybrechts P., Long A.J. Calibrating a glaciological model of the Greenland ice sheet from the Last Glacial Maximum to present-day using field observations of relative sea level and ice extent // *Quaternary Science Reviews*. 2009. V. 28. P. 1631–1657.
  36. Steen-Larsen H.C., Masson-Delmotte V., Sjolte J., Johnsen S.J., Vinther B.M., Bréon F.-M., Clausen H.B., Dahl-Jensen D., Falourd S., Fettweis X., Gallée H., Jouzel J., Kageyama M., Lerche H., Minster B., Picard G., Punge H.J., Risi R., Salas D., Schwander J., Steffen K., Sveinbjörnsdóttir A.E. Understanding the climatic signal in the water stable isotope records from the NEEM shallow firn/ice cores in northwest Greenland // *Journ. of Geophys. Research*. 2011. V. 116. D06108. doi:10.1029/2010JD014311.
  37. Vinther B.M., Buchardt S.L., Clausen H.B., Dahl-Jensen D., Johnsen S.J., Fisher D.A., Koerner R.M., Raynaud D., Lipenkov V., Andersen K.K., Blunier T., Rasmussen S.O., Steffensen J.P., Svensson A.M. Holocene thinning of the Greenland ice sheet // *Nature*. 2009. V. 461. P. 385–388.

### Summary

The new ice core obtained from the NEEM site in the north-western Greenland (77.449°N, 51.056°W, 2447 m a.s.l.) in 2008–2012 was expected to improve our knowledge about the Last interglacial (also known as the Eemian, ca. 115 to 130 kyr before present). A numerical modeling, the overview of which is given in this paper, aims at assistance in interpretation of the NEEM ice core. For this purpose, an area of 400 × 400 km was delineated in northwestern Greenland as the domain for the fine-scale model at 2.5 km resolution. Modeled present-day surface velocity was in good agreement with satellite and GPS measurements. The nested ice-sheet model was run over the last two glacial cycles to reconstruct the flow history relevant for interpreting the NEEM ice core. A Lagrangian backtracing procedure was applied to determine the particle trajectories of the ice drilled at the NEEM site. This provides the places of origin at the time of deposition of NEEM ice, from which the ice chronology and non-climatic biases of the records are determined. The latter biases arise from elevation changes of the ice sheet, advection of higher upstream ice, and from latitudinal contrasts in isotopical composition of the ice. These need to be separated from the isotope records to retrieve the climatic signal. In spite of initial expectations, the segment in the NEEM ice core between 2206 m and 2435 m turned out to be heavily disturbed. The presence of high isotope values below 2206 m depth however reveals that there is ice from the previous warm interglacial. Our model locates the  $\delta^{18}\text{O}$  maximum of the warmest Eemian ice at the right depth (2400 m). On this basis we suggest that the measured contrast between the present and the Eemian  $\delta^{18}\text{O}$  must be increased by about 1.5 ‰. Most of this non-climatic bias results from upstream advection over an estimated distance of ~175 km. Except for the disturbed section, we are still confident to be able to provide accurate model-based estimates of the ice chronology and non-climatic biases for the core down to ~87% of relative depth. This requires revision the palaeo-accumulation parameterization to better match thinner annual layer thicknesses observed in the ice core for the last glacial period.