

2. Het projectief vlak van orde 10

Een projectief vlak is een punt-rechte meetkunde die voldoet aan

- (i) Elke twee punten zijn incident met precies één rechte
- (ii) Elke twee rechten zijn incident met precies één punt
- (iii) Er bestaan vier punten waarvan er geen drie op één rechte liggen

Zoals we gezien hebben in het vak *Affiene en projectieve meetkunde* bestaan er ook *eindige projectieve vlakken*, i.e. projectieve vlakken met een eindig aantal punten en rechten. De *orde van een eindig projectief vlak* is per definitie één minder dan het aantal punten per rechte (dat overigens noodzakelijk constant is). De zogenaamde *prime power conjecture* stelt dat de orde van een eindig projectief vlak een macht van een priemgetal is.

Dat er geen projectief vlak van orde 6 bestaat, is equivalent met Euler's probleem van de 36 officieren. In 1901 werd Euler's conjecture aangetoond. Bose toonde in 1938 het verband aan tussen Euler's conjecture en het niet bestaan van een projectief vlak van orde 6. Zogenaamde MOLS – Mutually Orthogonal Latin Squares – spelen hierbij een rol.

In 1991 werd door C. Lam het niet-bestaan van een projectief vlak van orde 10 aangetoond. Het resultaat werd bereikt door eerst een code te associëren met een hypothetisch projectief vlak van orde 10 en de *weight enumerator* te bestuderen. Dit is een veelterm die alle informatie bevat over het aantal codewoorden van alle mogelijke gewichten. Door middel van theoretische beschouwingen werd het aantal mogelijkheden voor gewichten van codewoorden herleid tot een lange lijst van mogelijkheden, die met behulp van een computer kon behandeld worden.

Het doel van dit project is om de theoretische fundering achter dit resultaat grondig te bestuderen en te beschrijven. Dan kan nagegaan worden welke berekeningen precies noodzakelijk waren. Indien de tijd het toelaat, zou het mogelijk interessant kunnen zijn om te onderzoeken hoeveel sneller de berekeningen uit 1991 op moderne(re) computers kunnen gebeuren.

Referenties

- [1] C. W. H. Lam, *The search for a finite projective plane of order 10*, Amer. Math. Monthly **98** (1991), no. 4, 305–318, DOI 10.2307/2323798. MR1103185