

1. Permutatiegroepen en Rubiks kubus

Zoals we gezien hebben in het vak *Inleiding tot de groepentheorie* is Rubiks kubus een zogenaamde *permutatiepuzzel*. Elke beweging die met de kubus kan uitgevoerd worden is een permutatie, en het vinden van het oplossing is gelijkwaardig met (1) het bepalen van de permutatie σ die de kubus in de opgeloste toestand brengt én (2) het bepalen van σ als woord in de generatoren van de permutatiegroep van de kubus. We zijn (3) uiteraard ook benieuwd naar het kleinste getal n , zodat elke toestand van de kubus bereikt kan worden in maximaal n rotaties. Tenslotte (4) willen we ook graag de kortste oplossing bepalen. Deze vier problemen zijn in de computationele zin totaal verschillend. Om de permutatie σ te bepalen, bestaan er zeer efficiënte algoritmen in permutatiegroepen. Het bepalen van σ als woord in de generatoren, is een totaal ander computationeel probleem. Hoewel dit meestal efficiënt kan gebeuren, is er geen enkele garantie dat het gevonden woord het *kortst* mogelijke woord is. De oplossing van dit probleem geeft dus geen antwoord op de derde en vierde vraag. Het bepalen van het getal n is gelijkwaardig met het bepalen van de diameter van het Cayleygraaf van de permutatiegroep. Dit is een zeer moeilijk probleem, en pas in 2010 werd aangetoond dat dit getal in de zogenaamde Half Turn Metric gelijk is aan 20, en in 2014 dat het gelijk is aan 26 in de Quarter Turn Metric. Tenslotte kan men ook steeds een oplossing bepalen in minder dan n stappen.

Het doel van dit project is om de wiskunde achter de oplossing van één of meerdere van de vermelde stappen te bestuderen.

Referenties

- [1] Derek F. Holt, Bettina Eick, and Eamonn A. O'Brien, *Handbook of computational group theory*, Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton), Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2005. MR2129747
- [2] Tomas Rokicki, Herbert Kociemba, Morley Davidson, and John Dethridge, *The diameter of the Rubik's cube group is twenty*, SIAM J. Discrete Math. **27** (2013), no. 2, 1082–1105, DOI 10.1137/120867366. MR3068558
- [3] Tomas Rokicki, *Towards God's number for Rubik's cube in the quarter-turn metric*, College Math. J. **45** (2014), no. 4, 242–253, DOI 10.4169/college.math.j.45.4.242. MR3317044